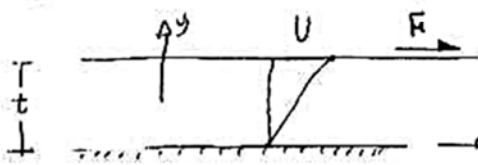


مکانیک سیالات

منابع درس : استریتر و دایلی مکانیک سیالات ترجمه علیرضا انتظاری
ایروینگ اچ شیمز مکانیک سیالات ترجمه علیرضا انتظاری

تذکره مهم : به دلیل وجود اشتباهات احتمالی در متن جزوه، ملاک نهایی مطالب تدریس شده در کلاس است.
تعریف سیال : سیال ماده ای است که تحت اثر یک تنش برشی - هرچند هم که کوچک باشد - بی وقفه تغییر شکل می دهد.



در شکل، صفحه پایینی ثابت است و صفحه بالایی را با

نیروی F می کشیم. با این کار یک تنش برشی به اندازه $\frac{F}{A}$ به ماده ای بین دو صفحه وارد می شود.

(A مساحت صفحه بالایی است) در اثر تنش $\tau = \frac{F}{A}$ تمام ذرات سیال بین دو صفحه حرکت می کنند اما

با سرعت های متفاوت. ذرات چسبیده به صفحه بالایی سرعتی برابر U دارند که با این سرعت تا در زیر

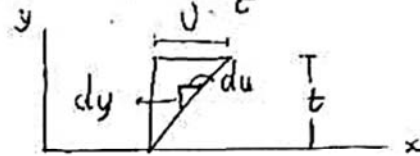
صفحه پایین کم می شود بطوریکه ذرات سیال چسبیده به صفحه پایینی سرعت صفر دارند.

اگر برای در سیال فرضی به نام صریب لزجت μ (viscosity) تعریف نماییم، بین تنش

و در سیال با کسر $\frac{U}{t}$ نسبت مستقیمی وجود دارد :

$$\tau = \mu \frac{U}{t}$$

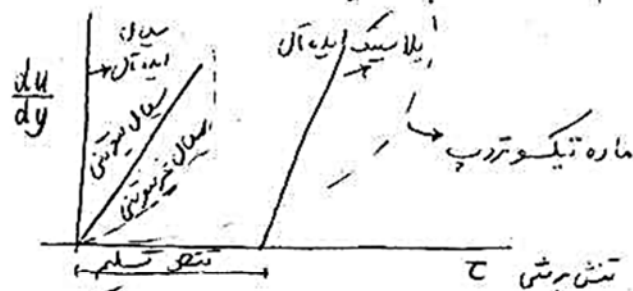
$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$



$\frac{U}{t}$ نشان دهنده تغییرات سرعت U بر ارتفاع فاصله ایجاد این تغییرات است.

$\frac{du}{dy}$ نشان دهنده نسبت تغییرات سرعت du بر تغییر فاصله dy است.

رابطه $\tau = \mu \frac{du}{dy}$ به نام قانون لزجت نیوتن مشهور است و تنها برای سیالات نیوتنی برقرار است.



گازها و مایعات رقیق معمولاً نیوتنی هستند. عیدر کرکن ای ویسیط با زبریره بلند ممکن است غیر نیوتنی باشند.

محور قائم در نمودار بالا سیال ایده آل را نشان می دهد یعنی یک حالت فرضی که لزجت سیال صفر است و سیال تراکم ناپذیر است.

واحد های نیرو، جرم، طول در مکانیک

در سیستم بین المللی واحد SI که در بسیاری از کشورها پذیرفته شده، واحد نیرو N (نیوتن)، واحد جرم kg (کیلوگرم)، واحد طول m (متر) و واحد زمان s (ثانیه) است. بین چهار واحد گفته شده می توان رابطه زیر را طبق قانون دوم نیوتن نوشت:

$$1 N = 1 kg \frac{1m}{s^2}$$

تفسیر رابطه نوشته شده این است که یک N مقدار نیرویی است که به جرمی برابر 1 kg شتابی برابر

$$\frac{1m}{s^2}$$

نیروی که جاذبه زمین به یک جسم وارد می کند، وزن جسم نامیده می شود. رابطه $W = mg$ بدست می آید.

جرم جسم (m) در همه جا یکسان است. اما وزن جسم متغیر است. حدیث از سطح زمین فاصله بگیریم، مقدار g

کمت می شود و وزن جسم کاهش می یابد. برای مثال جرمی یک لحظه گری در سطح دریا که $g = 9.806$ است

$$W = 1 \times 9.806 = 9.806 N$$

$$W = 1 \times 9.7 = 9.7 N$$

یعنی کمتر از مقدار اول خواهد بود.

خود پس سید را غائب در شرایط استاندارد یعنی دمای $4^\circ C$ و فشار سطح دریا (760 mm Hg) بیان می کند.

در بیان اعداد بسیار بزرگ یا بسیار کوچک می توان از پیشوند استفاده کرد.

$$\frac{d}{m} \quad \begin{matrix} \text{دسی} \\ 10^{-1} \\ \text{سانتی} \\ 10^{-2} \\ \text{میلی} \\ 10^{-3} \end{matrix}$$

$$G \quad \begin{matrix} \text{گیگا} \\ 10^9 \end{matrix}$$

$$\mu \quad \begin{matrix} \text{میکرو} \\ 10^{-6} \end{matrix}$$

$$M \quad \begin{matrix} \text{مگا} \\ 10^6 \end{matrix}$$

$$n \quad \begin{matrix} \text{نانو} \\ 10^{-9} \end{matrix}$$

$$k \quad \begin{matrix} \text{کیلو} \\ 10^3 \end{matrix}$$

$$p \quad \begin{matrix} \text{پیکو} \\ 10^{-12} \end{matrix}$$

$$c \quad \begin{matrix} \text{سانی} \\ 10^{-2} \end{matrix}$$

$$\frac{F}{A} \quad \begin{matrix} \text{هکتا} \\ 10^2 \end{matrix}$$

با افزایش دما لزجت گازها افزایش می یابد اما لزجت مایعات کاهش می یابد. آب با مزجت در مایعات

گازی از جاذبه بین مولکولی است. با افزایش دما مقدار نیروی بین مولکولی کاهش می یابد و در نتیجه لزجت مایعات

کاهش می یابد. لزجت در گازها ناشی از برخوردهای مولکولی (یا تبادل عمو منتظم مولکولی) است. با افزایش

دما، حسب درجه شدن مولکولها زیاد می شود و در نتیجه لزجت گازها زیاد می شود.

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \Rightarrow \mu = \frac{\tau}{\frac{du}{dy}} = \frac{\frac{F}{L^2}}{\frac{L T^{-1}}{L}} = \frac{F}{L^2 T^{-1}} = F L^{-2} T = (M L T^{-2}) L^{-2} T = M L^{-1} T^{-1}$$

سیالیت

واحد لزجت در SI $\frac{N \cdot s}{m^2}$ یا $Pa \cdot s$ یا $\frac{kg}{m \cdot s}$ است.

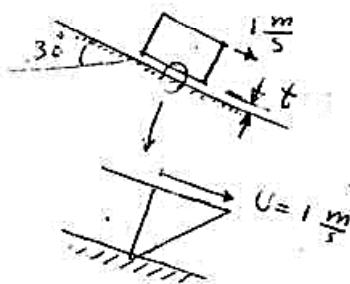
M : جرم L : طول T : زمان F : نیرو

می توان در بعضی از موارد لزجت M را بر چگالی سیال یعنی ρ تقسیم کرد، را $\frac{M}{\rho}$ یا D نشان می دهند و آن را لزجت سینماتیک (Kinematic Viscosity) می نامند.

مثال: لزجت یک مایع $0.005 Pa \cdot s$ در جرم مخصوص آن $850 kg/m^3$ است لزجت سینماتیک مایع چقدر است؟

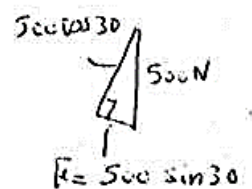
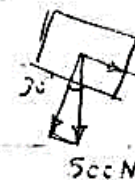
$$D = \frac{\mu}{\rho} = \frac{0.005 Pa \cdot s}{850 \frac{kg}{m^3}} = 5.882 \times 10^{-6} \frac{\frac{N}{m^2} \cdot s}{\frac{kg}{m^3}} = 5.882 \times 10^{-6} \frac{kg \cdot m}{s^2} \cdot \frac{m^3}{kg} = 5.882 \times 10^{-6} \frac{m^2}{s}$$

سوال ۱-۲۲ (استرشی) جسم به وزن $500 N$ بر روی سطح شیب داری که با افق زاویه 30° می سازد با سرعت $1 \frac{m}{s}$ به طرف پایین می لغزد. بین جسم و سطح شیب دار لایه نازکی از روغن وجود دارد که لزجت آن $0.1 Pa \cdot s$ است. ضخامت لایه را تعیین کنید. سطح تماس جسم و روغن $0.2 m^2$ است.



حل: در فن می کنیم تقسیمات سرعت روغن به صورت خطی باشد.

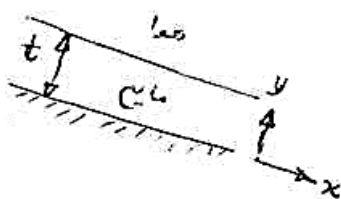
$$\tau = \mu \frac{U}{t}$$



$$\tau = \frac{F}{A} = \frac{500 \sin 30 N}{0.2 m^2} = 1250 \frac{N}{m^2}$$

$$\tau = \mu \frac{U}{t} \Rightarrow \frac{1250}{1} = 0.1 \frac{1}{t} \Rightarrow t = \frac{1 \frac{m}{s} (0.1 \frac{N}{m^2} s)}{1250 \frac{N}{m^2}} = 8 \times 10^{-5} m = 0.08 mm$$

سوال ۱-۳ (استرشی) یک مایع نیوتن مطابق شکل بر روی یک صفحه شیب دار به سرعت U لایه نازکی به ضخامت t جریان دارد. سطح آزاد مایع در تماس با هواست که تقریباً هیچگونه مقاومتی در مقابل جریان ندارد از قانون لزجت نیوتن استفاده کنید و مقدار $\frac{du}{dy}$ در روی سطح مایع را مشخص کنید. مقدار U را به هم در صفحه شیب دار است آیا انتگرال می رود که تغییرات u با y خطی باشد؟



$$\tau = \mu \frac{du}{dy} = 0$$

$$\Rightarrow \mu \frac{du}{dy} = 0 \xrightarrow{\mu \neq 0} \frac{du}{dy} = 0$$

معلوم می شود چون $\frac{du}{dy}$ در سطح سیال $\frac{du}{dy} = 0$ پس در سطح سیال u با y خطی نیست.

میدان ۴

چگالی: حجم یک واحد حجم از سیال را گویند. نام دیگر چگالی حجم مخصوص یا دانسیته (Density) است

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \text{چگالی آب در فشار استاندارد (760 mmHg) در دمای 4°C برابر 1000 kg/m³}$$

حجم مخصوص: عکس حجم مخصوص را گویند. به عبارت دیگر حجم یک واحد حجم از سیال $V_s = \frac{1}{\rho}$

وزن مخصوص: وزن یک واحد حجم از سیال را گویند. با ρ (گرم) متن می‌دهند. $\rho = \rho_g$

چگالی نسبی: نسبت وزن مخصوص هر ماده به وزن مخصوص آب در شرایط استاندارد را چگالی نسبی گویند.

$$\text{specific gravity} = \frac{\rho}{\rho_w}$$

گاز کامل: اگر گازی نزدیک می‌کنیم که تابع قانون متغی به نام قانون گاز کامل باشد.

$$p = \rho R T \quad \text{قانون گاز کامل} \quad R = \frac{8312}{M} \quad \text{ثابت گازی} \quad p = \rho R T$$

M: حجم مولی گازی (برای هوا: 29.0، برای اکسیژن: 32.0، برای بخار آب: 18.0)

اگر p بر حسب Pa، ρ بر حسب $\frac{kg}{m^3}$ ، T بر حسب K باشد داریم

$$\frac{N}{m^2} = \frac{kg}{m^3} R K \Rightarrow R = \frac{N \cdot m}{kg \cdot K} \quad \text{مطلق} \quad \frac{kg \cdot m}{s^2} \cdot \frac{m}{kg \cdot K} \rightarrow \frac{m^2}{s^2 \cdot K}$$

مثال: گازی با حجم مولی 44 تحت فشار 0.4 MPa، در دمای 20°C قرار دارد. چگالی آن را تعیین کنید.

$$R = \frac{8312}{44} = 188.9 \frac{N \cdot m}{kg \cdot K}, \quad T = 20 + 273 = 293 K$$

$$p = \rho R T \Rightarrow \rho = \frac{p}{RT} = \frac{0.4 \times 10^6 \text{ Pa}}{188.9 \frac{N \cdot m}{kg \cdot K} \times 293 K} \Rightarrow \rho = 16.26 \frac{kg}{m^3}$$

مدول الاستیسیته حجمی

مایعات را در بیشتر حالات می‌توان تراکم ناپذیر در نظر گرفت اما در مواردی که فشار به طور ناگهانی و یا به شدت تغییر کند تراکم پذیری آنها اهمیت پیدا می‌کند. همین چنین است در مواردی که دما تغییر می‌کند - مثلاً در جایایی طبیعی -

تراکم پذیری مایعات با خاصیتی به نام مدول الاستیسیته حجمی (bulk modulus of elasticity)

بیان می‌شود که یک واحد حجم از مایع را در نظر بگیریم. اگر فشار این مقدار مایع را به اندازه dp افزایش دهیم، حجم آن

$$K = - \frac{dp}{dV/V} \quad \text{به اندازه } dV \text{ کاهش خواهد یافت و داریم}$$

واحد K همان واحد فشار است. در دمای 20°C مدول بالک آب $2.2 \text{ GPa} = 2.2 \times 10^9 \text{ Pa}$ می‌باشد.

مثال: مقدار 1 m³ آب در لوله‌ای داریم اگر فشار درون لوله را به اندازه 0.1 MPa افزایش دهیم کاهش حجم را محاسبه کنید.

$$K = - \frac{dp}{dV/V} \Rightarrow \frac{dV}{V} = - \frac{dp}{K} \Rightarrow dV = - \frac{dp \times V}{K} = - \frac{0.1 \times 10^6 \times 1}{2.2 \times 10^9} = - \frac{1}{22000} \text{ m}^3 = - \frac{1}{22000} \times (100 \text{ cm})^3 = -4.55 \text{ cm}^3$$